
LA QUALITÉ DE L'AIR DANS L'HABITAT

Q1. Par conservation de la masse du système fermé S^* : $m^*(t) = m^*(t + dt)$

Par additivité de la masse : $\delta m_1 + m(t) = \delta m_2 + m(t + dt)$

L'écoulement étant stationnaire, la masse m contenu dans le volume de contrôle ne dépend pas du temps : $m(t) = m(t + dt)$

On en déduit : $\boxed{\delta m_1 = \delta m_2}$

Q2. On utilise la formule : $\delta W = -PdV = -\frac{P\delta m}{\rho}$

Pour l'entrée, $dV_1 = -\frac{\delta m_1}{\rho_1} < 0$ car il s'agit d'une compression.

Pour la sortie, $dV_2 = \frac{\delta m_2}{\rho_2} > 0$ car il s'agit d'une détente.

Avec la question précédente, il vient :

$$\boxed{\delta w = \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2}}$$

Q3. La variation d'énergie interne du système fermé entre les instants t et $t + dt$ vaut : $dU^* = U^*(t + dt) - U^*(t)$

Par additivité de l'énergie interne : $U^*(t) = U(t) + u_1\delta m_1$ et $U^*(t + dt) = U(t + dt) + u_2\delta m_2$

L'écoulement étant stationnaire, l'énergie interne U contenu dans le volume de contrôle ne dépend pas du temps : $U(t) = U(t + dt)$

On en déduit : $\boxed{dU^* = (u_2 - u_1)\delta m = D_m(u_2 - u_1)dt}$

Il en va de même pour toute les grandeurs extensives et additives :

$$\boxed{dE_p^* = D_m(e_{p,2} - e_{p,1})dt \quad \text{et} \quad dE_c^* = D_m(e_{c,2} - e_{c,1})dt}$$

Q4. On applique le premier principe sur le système fermé pendant un temps dt . Il vient :

$$dU^* + dE_m^* = \delta W_{fp} + \delta W_u + \delta Q \Rightarrow D_m \left(u_2 + \frac{P_2}{\rho_2} - u_1 - \frac{P_1}{\rho_1} + e_{m,2} - e_{m,1} \right) dt = \delta W_u + \delta Q$$

On en déduit :

$$\boxed{D_m(h_2 - h_1 + e_{m,2} - e_{m,1}) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}}$$

Q6. Par définition, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Avec la relation de Mayer donnée, on en déduit :

$$\gamma C_v - C_v = nR \Rightarrow C_v = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$$

On passe en massique à l'aide de $n = \frac{m}{M}$.

$$\boxed{c_v = \frac{R}{M(\gamma - 1)} \quad \text{et} \quad c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

Q7. On applique le premier principe à chaque écoulement, en notant $\mathcal{P}$ la puissance thermique cédée par le fluide sortant au fluide entrant. Il n'y a pas de pièce mobile donc le travail utile est nul.

$$\begin{cases} D_m(h'_{ext} - h_{ext}) = \mathcal{P} \\ D_m(h'_{int} - h_{int}) = -\mathcal{P} \end{cases} \Rightarrow h'_{ext} - h_{ext} = h_{int} - h'_{int} \Rightarrow \boxed{T'_{ext} - T_{ext} = T_{int} - T'_{int}}$$

Application numérique : $T_{int} = 5\text{ °C}$

Q8. Pour passer une masse m de T'_{ext} à T_{int} , il faut une énergie $mc_p(T_{int} - T'_{ext})$. La puissance nécessaire est donc :

$$\mathcal{P}_{th,a} = D_m c_p (T_{int} - T'_{ext}) = 208\text{ W}$$

Q9. La puissance du chauffage doit compenser les pertes à travers les parois et réchauffer l'air entrant, donc :

$$\mathcal{P}_c = \mathcal{P}_{th,a} + \mathcal{P}_{th,p} = 5208\text{ W}$$

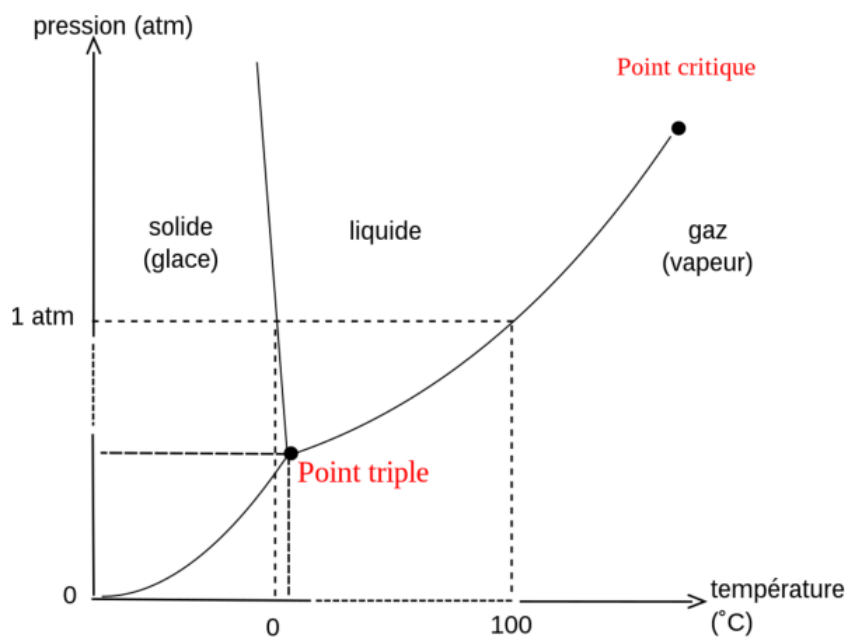
Q10. Avec une VMC simple flux, il faut réchauffer l'air extérieur de T_{ext} à T_{int} , la puissance nécessaire est alors :

$$\mathcal{P}'_{th,a} = D_m c_p (T_{int} - T_{ext}) = 833\text{ W} \Rightarrow \mathcal{P}'_c = 5833\text{ W}$$

Le gain est donc de : $\frac{\mathcal{P}'_c - \mathcal{P}_c}{\mathcal{P}'_c} = 11\%$

Si l'échange était parfait, on aurait $\mathcal{P}'_{c,parfait} = 5000\text{ W}$ simplement, ce qui donne un gain de 14%

Q11. Ne pas oublier pas que l'eau est un cas particulier (pente S/L négative).



Le **point triple** est le point de coexistence des 3 phases en équilibre. Le **point critique** est le point au-delà duquel la distinction entre liquide et gaz n'est plus possible.

Q12. D'après la loi de Dalton : $p_0 = p_{as} + p_e$

Application numérique :

$$p_e = \varphi p_{e,sat} = 1,3 \times 10^3\text{ Pa} \Rightarrow p_{as} = p_0 - p_e = 98,7 \times 10^3\text{ Pa}$$

Avec la loi des GP :

$$m_e = n_e M_e = \frac{M_e p_e V}{RT} = 0,47\text{ kg} \quad \text{et} \quad m_{as} = n_{as} M_{as} = \frac{M_{as} p_{as} V}{RT} = 59\text{ kg} \Rightarrow \phi = \frac{m_e}{m_{as}} = 7,9 \times 10^{-3}$$

Q13. On veut $p_e = p_{e,sat} = 2,3 \times 10^3\text{ Pa}$. Par le même calcul que précédemment, on en déduit qu'il faut une masse d'eau $m'_e = 0,85\text{ kg}$. Il faut donc évaporer $0,85 - 0,47 = 0,38\text{ kg}$ soit $0,38\text{ L}$ d'eau.

Q14. Soit $M(t) = C(t) V$ la masse d'eau présente dans la pièce. Entre t et $t + dt$, il entre un volume $D_v dt$ d'air à la concentration en eau C_{ext} donc une masse d'eau $C_{ext} D_v dt$ et on évacue une masse d'eau $C(t) D_v dt$. On crée de plus une masse de vapeur d'eau $S dt$.

Le bilan de masse pendant dt donne :

$$\underbrace{M(t + dt) - M(t)}_{= dM} = \delta M_{\text{entrant}} - \delta M_{\text{sortant}} + \delta M_{\text{créée}} \quad \Rightarrow \quad V dC = C_{ext} D_v dt - C(t) D_v dt + S dt$$

On obtient donc :

$$\frac{dC}{dt} + \frac{D_v}{V} C(t) = \frac{D_v}{V} C_{ext} + \frac{S}{V}$$

En régime stationnaire, $C = C_{lim}$ et $\dot{C} = 0$. Donc :

$$D_{v,m} = \frac{S}{C_{lim} - C_{ext}}$$

Q15. Application numérique : $D_{v,m} = 100 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$

On utilise l'ordre de grandeur typique pour un gaz $\rho_a = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On en déduit un débit massique de l'ordre de $100 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ donc le débit choisi permet bien de maintenir un taux d'humidité satisfaisant.
